



TUGAS AKHIR - SM141501

ANALISIS HASIL NUMERIK NILAI HEATING DEGREE-DAY OPTIONS

ADITYA BARULHADI MARGONO
NRP 06111340000077

Dosen Pembimbing:
Endah Rokhmati M.P., Ph.D
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018



FINAL PROJECT - SM141501

**NUMERICAL VALUATION OF HEATING
DEGREE-DAY OPTIONS**

ADITYA BARULHADI MARGONO
NRP 06111340000077

Supervisors:

Endah Rokhmati M.P., Ph.D

Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Faculty of Mathematics, Computing, and Data Sciences

Sepuluh Nopember Institute of Technology

Surabaya 2018

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS HASIL NUMERIK NILAI HEATING DEGREE-DAY OPTIONS

NUMERICAL VALUATION OF HEATING DEGREE-DAY OPTIONS

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

ADITYA BARULHADI MARGONO

NRP. 06111340000077


Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

NIP. 19830517 200812 1 003


Endah Rokhmati M.P., Ph.D

NIP. 19761213 200212 2 001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
FMKSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Januari 2018

ANALISIS HASIL NUMERIK NILAI *HEATING DEGREE-DAY OPTIONS*

Nama Mahasiswa : ADITYA BARULHADI MARGONO
NRP : 06111340000077
Jurusan : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Abstrak

Kontrak derivatif cuaca dibuat untuk memungkinkan perusahaan melakukan lindung nilai akibat kondisi cuaca. Namun, penghitungan untuk nilai kontrak derivatif cuaca sangat kompleks, karena aset yang mendasarinya adalah suhu yang tidak memiliki harga untuk dinegosiasikan. Salah satu kontrak derivatif cuaca yang paling sering digunakan adalah kontrak cuaca yang menggunakan indeks Heating Degree-Day. Pada Tugas Akhir ini, dilakukan analisis hasil numerik European Heating Degree-Day(HDD) Option. Untuk menentukan nilai European Heating Degree-Day(HDD) Option, dilakukan pembentukan persamaan diferensial parsial European Heating Degree-Day(HDD) Option. Penyelesaian dilakukan secara numerik dengan metode beda hingga implisit yang kemudian dilakukan simulasi dan analisa grafik. Ketika diberikan suhu minimal yang semakin kecil daripada suhu referensi didapat nilai European Heating Degree-Day(HDD) Option yang semakin besar. Pada penelitian diberikan nilai Strike Level bernilai 50, Suhu minimal -2°C dan Suhu maksimal 18°C dihasilkan nilai European Heating Degree-Day(HDD) Option sebesar £2200.

Kata-kunci: *Derivatif cuaca, European Heating Degree day option, Metode Beda Hingga Implisit*

NUMERICAL VALUATION OF HEATING DEGREE-DAY OPTIONS

Name : ADITYA BARULHADI MARGONO
NRP : 06111340000077
Department : Mathematics FMKSD-ITS
Supervisors : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Abstract

Weather derivatives were created to enable companies to hedge against climate risk. However, the valuation of weather derivatives contract is complex, since the underlying asset is a temperature that has no negotiable price. One of the most commonly used weather derivatives contracts is the weather contract that uses the Heating Degree-Day index. The study of numerical valuation of European Heating Degree-Days(HDD) Option are described in this final project. Partial differential equation system of European Heating Degree-Days(HDD) Option is solved using implicit difference method to determine the value. When given a minimum temperature lower than the temperature reference the value of European Heating Degree Day (HDD) options are obtained is increasingly large. In the research given the value of Strike Level 50, Minimum temperature -2°C and Maximum temperature 18°C produced value of European Heating Degree-Day (HDD) Option equal to £2200.

Keywords: *Weather Derivatives, European Heating Degree-day Option, Implicit Finite Difference*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Subhaanahu Wa Ta'aala yang telah memberikan limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini yang berjudul

”ANALISA HASIL NUMERIK NILAI *HEATING DEGREE-DAY OPTIONS*”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS.
2. Ibu Endah Rokhmati M.P., Ph.D, dan Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si. selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan
3. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS, Bapak Drs. Lukman Hanafi, M.Sc dan Ibu Tahiyatul Ashfihani, S.Si, M.Si selaku dosen penguji
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si selaku Ketua Program Studi S1 Departemen Matematika ITS
5. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku Sekretaris Kaprodi S1 Departemen Matematika ITS
6. Ibu Sunarsini, S.Si, M.Si selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis

menempuh pendidikan di Departemen Matematika FKMSD ITS.

7. Bapak dan Ibu dosen Departemen Matematika ITS yang telah membimbing penulis selama menempuh pendidikan di Departemen Matematika ITS.
8. Para staf Departemen Matematika ITS yang telah banyak membantu penulis selama menempuh pendidikan di Departemen Matematika ITS.
9. Bapak Gaguk Margono dan Ibu Arfah Yuzmi selaku orangtua tercinta. Terimakasih telah mendoakan dan mendukung penulis sampai dengan selesainya Tugas Akhir ini.
10. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Terimakasih telah mendoakan dan mendukung penulis sampai dengan selesainya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam tugas akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
DAFTAR SIMBOL	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Saham	8
2.3 <i>Option</i>	8
2.3.1 Istilah-istilah dalam <i>option</i>	9
2.3.2 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Harga <i>option</i>	10

	Hal
2.4 Derivatif Cuaca (<i>Weather Derivatives</i>)	11
2.4.1 Indeks Derajat (<i>Degree-Day Indices</i>) . .	12
2.4.2 <i>Cooling Degree-Day</i>	12
2.4.3 <i>Heating Degree-Day</i>	13
2.5 Metode Beda Hingga	14
2.6 <i>Semi Lagrangian Scheme</i> (SLS)	17
2.7 Korelasi	21
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	23
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	25
4.1 Pembentukan persamaan diferensial parsial <i>European Heating Degree-Day Option</i>	25
4.1.1 Lindung Nilai Parsial	27
4.1.2 Meminimalkan risiko di pasar yang tidak lengkap	30
4.2 Penyelesaian persamaan diferensial parsial <i>European Heating Degree-Day Option</i> dengan metode beda hingga implisit	32
4.2.1 Diskritisasi model persamaan	37
4.3 Hasil perhitungan numerik Persamaan diferensial <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i>	40
BAB V PENUTUP	47
5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran	48
DAFTAR PUSTAKA	49
LAMPIRAN	51
BIODATA PENULIS	63

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Skema Interpolasi Persamaan Adveksi 1	18
Gambar 2.2 Skema Interpolasi Persamaan Adveksi 2	20
 Gambar 4.1 Skema Interpolasi 1	 34
Gambar 4.2 Skema Interpolasi 2	36
Gambar 4.3 Skema Beda Hingga	39
Gambar 4.4 Nilai <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i> dalam 3D saat $X_{min} = -2^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 18^{\circ}\text{C}$	40
Gambar 4.5 Nilai <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i> saat $X_{min} = -2^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} =$ 18°C	41
Gambar 4.6 Nilai <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i> dalam 3D saat $X_{min} = 8^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 28^{\circ}\text{C}$	42
Gambar 4.7 Nilai <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i> saat $X_{min} = 8^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} =$ 28°C	43
Gambar 4.8 Nilai <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i> dalam 3D saat $X_{min} = 18^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 38^{\circ}\text{C}$	44
Gambar 4.9 Nilai <i>European Heating Degree days</i> <i>option</i> saat $X_{min} = 18^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} =$ 38°C	45

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
LAMPIRAN A Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai <i>European HDD Options</i> $X_{min} = -2$ dan $X_{max} = 18$	51
LAMPIRAN B Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai <i>European HDD Options</i> $X_{min} = 8$ dan $X_{max} = 28$	55
LAMPIRAN C Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai <i>European HDD Options</i> $X_{min} = 18$ dan $X_{max} = 38$	59

Daftar Simbol

X	Suhu
X_{max}	Suhu maksimum
X_{min}	Suhu minimum
X_{ref}	Suhu Referensi
$(X_{ref} - X)^+$	Heating Degree-Day
V	Nilai option
$f(t)$	Fungsi dalam domain waktu
μ_X	Drift pada suhu
K	Strike Level
I	Indeks suhu
ρ	Variabel Korelasi
r	Tingkat suku bunga
σ_X	Volatilitas pada suhu
t	Waktu awal kontrak
T	Waktu kadaluarsa
τ	Waktu berlangsungnya kontrak
$\mathcal{L}\{V\}$	Derivatif Lagrangian

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai latar belakang permasalahan, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat dari tugas akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Saham merupakan modal dasar penting dalam suatu perusahaan. Banyak faktor yang bisa mempengaruhi saham dari perusahaan seperti laba per lembar saham, tingkat bunga, jumlah kas dividen yang diberikan, jumlah laba yang didapat perusahaan dan tingkat risiko serta pengembalian. Salah satu sumber risiko yang akhir-akhir ini semakin menyita perhatian adalah perubahan cuaca (*weather risk*). Perubahan cuaca terhadap saham bisa diartikan sebagai ketidakpastian aliran kas perusahaan di masa depan yang disebabkan oleh perubahan cuaca yang tidak bersifat bencana alam (*non-catastrophic*) seperti suhu udara, kelembaban, curah hujan, salju, dan atau kecepatan angin [1]. Dengan demikian, perubahan cuaca pada intinya berbeda dengan perubahan yang disebabkan oleh bencana ekstrim seperti angin topan, banjir, tsunami dan lainnya. Untuk jenis seperti bencana alam tersebut, instrumen yang selama ini banyak digunakan adalah asuransi (misal asuransi kebakaran, asuransi banjir, asuransi gempa). Sedangkan untuk perubahan cuaca yang menyebabkan turunnya volume penjualan atau membengkaknya biaya (tidak bersifat bencana alam), instrumen yang lebih cocok adalah dengan menggunakan kontrak derivatif cuaca.

Operasi suatu bisnis sukar dipisahkan dari pengaruh perubahan cuaca. Cuaca ekstrem berpotensi menyebabkan perubahan cuaca yang bisa menyebabkan kerugian bagi bisnis yang sensitif terhadap perubahan cuaca, seperti perusahaan yang bergerak pada industri pertanian, penerbangan, wisata, perikanan, pertambangan dan lainnya. Contoh yang cukup sering terjadi adalah pada bisnis penerbangan, dimana akibat cuaca yang buruk, seringkali beberapa jadwal penerbangan harus dibatalkan, dan berarti perusahaan kehilangan kesempatan untuk memperoleh pendapatan, sementara biaya operasional harus tetap dikeluarkan. Hoffman dkk (2009) berpendapat bahwa pada dasarnya ada tiga alternatif yang bisa dilakukan perusahaan ketika berhadapan dengan perubahan cuaca [2]. Alternatif pertama adalah melakukan tindakan-tindakan preventif untuk memproteksi bisnis dari kerugian akibat perubahan cuaca. Kedua, melakukan ekspansi di luar bisnis utama, atau yang lebih dikenal dengan tindakan diversifikasi. Terakhir, dengan mentransfer dampak kerugian yang diakibatkan oleh perubahan cuaca kepada pihak lainnya. Pemanfaatan derivatif cuaca merupakan salah satu contoh dari alternatif ketiga tersebut.

Derivatif bisa diartikan sebagai surat berharga yang nilainya ditentukan berdasarkan nilai dari aset lainnya yang menjadi acuan nilai (*underlying asset*). Jenis aset yang menjadi acuan bisa bermacam-macam, bisa berupa aset fisik (misalnya komoditas pertanian atau barang tambang), aset finansial (misalnya saham, indeks pasar, tingkat bunga, kurs mata uang asing), atau aset acuan lainnya (suhu udara, ketebalan salju). Dengan demikian, berdasarkan aset yang menjadi acuan nilai, derivatif bisa diklasifikasikan menjadi: (1) *commodity derivatives* derivatif yang nilainya ditentukan oleh aset-aset berupa komoditi pertanian, perkebunan, pertambangan, dan lainnya; (2) *financial derivatives* derivatif

yang nilainya ditentukan oleh pergerakan nilai aset-aset finansial, seperti saham, obligasi, kurs, dan indeks bursa; (3) *weather derivatives* berupa jenis derivatif yang nilainya didasarkan pada perubahan indikator cuaca, seperti suhu udara, ketebalan salju, kelembaban, dan lainnya.

Kontrak derivatif cuaca diharapkan bisa menjadi jawaban untuk mengatasi risiko yang disebabkan oleh perubahan cuaca, khususnya untuk perusahaan yang karakteristik bisnisnya sensitif terhadap perubahan cuaca. Pasar untuk kontrak derivatif cuaca di beberapa negara besar di dunia seperti di AS, UK, Australia, Perancis, Jerman, dan Jepang juga menunjukkan tren peningkatan. Berdasarkan laporan WRMA (*Weather Risk Management Association*), pihak-pihak yang selama ini melakukan kontrak derivatif cuaca bisa dikelompokkan menjadi [3]: (1) pihak yang menggunakan derivatif cuaca untuk sarana lindung nilai (*hedgers*); dan (2) pihak yang melakukan spekulasi untuk mencari keuntungan (*speculators*). Ditinjau dari jenis industrinya, para pengguna kontrak derivatif cuaca sebagian besar berasal dari perusahaan-perusahaan (baik pihak produsen maupun konsumen) yang bergerak dalam bidang: energi listrik; gas alam; perminyakan; pertanian; transportasi, dan bisnis lainnya yang sensitif terhadap perubahan cuaca.

Namun, terdapat kesulitan untuk harga kontrak derivatif cuaca karena indeks dasarnya (seperti suhu, kelembaban, curah hujan, angin dan lain-lain) tidak dapat diperdagangkan dan tidak memiliki harga negosiasi. Suhu adalah indeks yang paling banyak diterapkan di pasar kontrak derivatif cuaca, banyak literatur yang terkait dengan pemodelan suhu dan harga derivatif cuaca. Pada penelitian berjudul *Numerical Solutions of weather derivatives and other incomplete* yang diusulkan oleh Edwin Kwaku [7] diterima secara luas dan diimplementasikan oleh para periset dan praktisi untuk

harga derivatif cuaca. Salah satu metode untuk penentuan harga derivatif cuaca adalah dengan penurunan persamaan diferensial parsial pada derivatif cuaca melalui pengenalan instrumen H yang secara tidak sempurna berkorelasi dengan suhu. Dalam tugas akhir ini, akan membahas mengenai analisa hasil numerik nilai *Heating Degree-Day (HDD) option*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, disusun suatu rumusan masalah yang dibahas dalam Tugas Akhir ini, yaitu sebagai berikut :

1. Bagaimana pembentukan sistem persamaan diferensial *European Heating Degree-Day (HDD) options*.
2. Bagaimana analisis hasil numerik nilai *European Heating Degree-Day (HDD) options*.

1.3 Batasan Masalah

Batasan permasalahan dalam Tugas Akhir ini antara lain:

1. *Underlying Asset* yang diperjualbelikan adalah saham.
2. Suku bunga bank bebas risiko (*risk free interest rate*).
3. Tidak terdapat biaya pajak dan transaksi.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini antara lain :

1. Mendapatkan sitem persamaan diferensial *European Heating Degree-Day (HDD) options*.
2. Mendapatkan analisis hasil numerik nilai *European Heating Degree-Day (HDD) option*.

1.5 Manfaat

Manfaat yang diperoleh dalam penelitian tugas akhir ini adalah tersedianya informasi adanya analisis hasil numerik untuk mendapatkan nilai *European Heating Degree-Day (HDD) option*.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan dasar teori yang menunjang tugas akhir, antara lain Penelitian terdahulu, Saham, *Option*, *Weather Derivatives* Metode Beda Hingga, *Semi Lagrangian Scheme* dan Korelasi.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian sebelumnya, Melanie Cao dan Jason Mei telah melakukan penelitian untuk mengimplementasikan kerangka penilaian untuk derivatif cuaca dan mempelajari harga pasar dari risiko cuaca[10]. Anders Brix, Stephen Jewson dan Christine Ziehmman membahas pemodelan metode statistika dan validasi model untuk indeks cuaca. Mereka juga menunjukkan model time series ARIMA tidak memadai untuk pemodelan suhu harian. Ditunjukkan pula bagaimana ketergantungan antara indeks yang berbeda dan lokasi yang berbeda dapat dimodelkan dan mereka meninjau beberapa metode untuk pengambilan risiko harga aktuarial[11].

Penilaian turunan cuaca sangat kompleks karena proses suhu yang mendasari tidak memiliki harga yang dapat dinegosiasikan. Pada tesis Edwin Kwaku Browni-Mensah memperkenalkan pemilihan model untuk penilaian kontrak derivatif cuaca, yang diatur oleh proses suhu dasar stokastik[7]. Di dalam penelitian Edwin Kwaku menyajikan model penentuan harga kontrak derivatif cuaca baru, yang digunakan untuk menentukan harga lindung nilai wajar dari derivatif cuaca opsi Eropa berdasarkan asumsi mean

pembiayaan sendiri model ini kemudian diperluas untuk memasukkan kompensasi (atau harga pasar risiko) yang diberikan kepada investor yang memiliki risiko yang tidak dapat diverifikasi. Dari model tersebut dihasilkan derivasi persamaan diferensial parsial dua dimensi non linier yang memberikan nilai untuk derivatif cuaca opsi Eropa. Teknik numerik yang diterapkan dalam tesis ini didasarkan pada berbagai skema berbasis kisi, termasuk perangkat tambahan. untuk perbedaan-terbatas, metode kuadratur dan pohon binomial. Selanjutnya simulasi proses suhu dilakukan yang melibatkan pengembangan metode berbasis Monte Carlo[7].

2.2 Saham

Saham (*stock*) dapat didefinisikan tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Wujud saham adalah selebar kertas yang menerangkan bahwa pemilik kertas tersebut adalah pemilik perusahaan yang menerbitkan surat berharga tersebut. Porsi kepemilikan ditentukan oleh seberapa besar penyertaan yang ditanamkan di perusahaan tersebut[4].

2.3 Option

Option adalah kontrak resmi antara *holder* dan *writer* yang memberikan hak (tanpa adanya kewajiban) kepada *holder* untuk membeli (*call option*) atau menjual (*put option*) sebuah *underlying asset* dengan harga tertentu (*exercise price/strike price*) dan pada waktu tertentu (*expiration date/maturity date*) sesuai dengan kesepakatan [5].

Jenis *option* yang digunakan dalam tugas akhir ini sebagai berikut [5]:

1. *Put option*

Put option adalah sebuah kontrak *option* yang memberikan hak kepada holder untuk menjual suatu aset dalam jumlah tertentu pada waktu dan harga yang

telah ditetapkan. Ada dua pihak dalam *put option* yaitu *put option buyer / long put* dan *put option seller / short put*.

2. *European option*

Kontrak *option* yang hanya bisa di laksanakan pada hari terakhir saat tanggal jatuh tempo masa berlakunya *option* tersebut.

2.3.1 Istilah-istilah dalam *option*

Komponen-komponen yang mendasari *option* dapat diuraikan sebagai berikut:

1. *Premium*

Premium adalah harga yang dibayar untuk kontrak awalnya oleh pembeli *option* kepada penjual *option*.

2. *Underlying asset*

Underlying asset adalah aset mendasar yang diperjualbelikan dalam transaksi *option*. Contoh: saham, obligasi, komoditi, dll. *Underlying asset* yang diperdagangkan dalam pasar *option* hanya tersedia untuk sekuritas-sekuritas tertentu dan indeks-indeks yang disetujui.

3. *Strike price/exercise price*

Strike price/exercise price adalah harga pembelian atau penjualan yang telah ditentukan untuk *underlying asset* jika *option* di-*exercise*. Untuk *put option*, *strike price* berarti harga yang harus dibayar (dibeli) pemilik *put option* pada saat jatuh tempo.

4. *Expiration date/maturity date*

Expiration date/maturity date adalah tanggal pada kontrak *option* yang dapat dilaksanakan transaksi (*exercise*) atau tanggal pada kontrak *option* yang

diberikan kepada pemegang hak. Setelah melewati *expiration date* maka *option* dinyatakan kadaluarsa atau tidak dapat di-*exercise*.

5. *Intrinsic value*

Intrinsic value adalah suatu nilai nyata dari premi sebuah *option* yang merupakan selisih antara *strike price* dan harga *underlying asset*.

2.3.2 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Harga *option*

Terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi harga *option*, antara lain:

1. Harga *underlying asset*

Harga *asset* yang mendasarinya/*underlying asset* dijadikan patokan dalam menentukan harga *option*. Harga suatu *call option* akan semakin tinggi apabila harga *underlying asset*-nya juga semakin tinggi. Dan sebaliknya harga *put option* akan semakin tinggi apabila *underlying asset*-nya semakin rendah. Hal ini menunjukkan bahwa harga *underlying asset* berbanding lurus dengan harga *call option* dan berbanding terbalik dengan harga *put option*.

2. *Moneyness*

Moneyness merupakan perbedaan antara harga *underlying asset* saat ini dengan *strike price*. Suatu *put option* dan *call option* akan memiliki nilai apabila berada pada kondisi *in the money*. Sehingga harga *put option* tersebut semakin meningkat apabila *strike price*-nya tinggi dan berlaku sebaliknya pada *call option*.

3. Jangka waktu jatuh tempo

Jangka waktu jatuh tempo mempengaruhi harga *option*.

Semakin panjang *time to expiry*, maka semakin tinggi harga *call option*, sedangkan harga *put option* semakin rendah.

4. Volatilitas

Volatilitas atas *underlying asset* adalah ukuran tingkat ketidakpastian pergerakan *underlying asset* tersebut dimasa datang. Jika volatilitas semakin meningkat maka akan semakin meningkat pula peluang *underlying asset* mengalami peningkatan atau malah penurunan. Semakin besar volatilitas (semakin bergerak naik turun) semakin tinggi nilai *call option* dan *put option*.

5. Tingkat suku bunga bebas risiko/*risk free interest rate*
Tingkat suku bunga bebas risiko/*risk free interest rate* juga mempengaruhi harga suatu *option*. Jika *interest rate* dalam perekonomian meningkat, maka akan mempengaruhi harapan kenaikan harga suatu *underlying asset*. Harga *put option* akan menurun dengan adanya peningkatan *risk free interest rate*. Begitu pula sebaliknya, *call option* akan meningkat.

2.4 Derivatif Cuaca (*Weather Derivatives*)

Derivatif cuaca adalah instrumen keuangan yang dapat digunakan oleh organisasi atau individu sebagai bagian dari strategi manajemen risiko untuk mengurangi risiko yang terkait dengan kondisi cuaca buruk atau tidak terduga. Derivatif cuaca adalah instrumen berbasis indeks yang biasanya menggunakan data cuaca yang diamati di stasiun cuaca untuk membuat indeks yang dapat digunakan untuk pembayaran [7]. Indeks ini bisa menjadi curah hujan total selama periode yang relevan - yang mungkin relevan untuk bisnis pembangkit tenaga hidro - atau jumlah di mana suhu minimum turun di bawah nol yang mungkin relevan bagi petani yang melindungi terhadap kerusakan akibat salju.

Tidak seperti asuransi berbasis "ganti rugi", tidak perlu menunjukkan bahwa kerugian telah diderita. Penyelesaiannya objektif, berdasarkan pada nilai akhir dari indeks cuaca yang dipilih selama periode yang dipilih. Jika pembayaran dilakukan, biasanya dilakukan dalam hitungan beberapa hari dengan jangka waktu penyelesaian didefinisikan dalam kontrak: tidak seperti kontrak asuransi, tidak ada proses "penyesuaian kerugian".

2.4.1 Indeks Derajat (*Degree-Day Indices*)

Meteorologis mendefinisikan derajat harian sebagai perbedaan antara suhu referensi dan suhu rata-rata pada hari tertentu. Hari yang diukur dimulai dari tengah malam sampai tengah malam berikutnya. Rata-rata suhu $X(t)$ di hari t didefinisikan sebagai:

$$X(t) = \frac{X_{max}(t) + X_{min}(t)}{2}, \quad (2.1)$$

dimana $X_{max}(t)$ dan $X_{min}(t)$ menunjukkan maksimum dan minimum pada hari t . Dinyatakan sebagai X_t untuk melihat suhu rata-rata. Suhu Referensi dinyatakan sebagai X_{ref} dengan satuan nilai Celcius sebesar 18°C .

Indeks derajat terbagi menjadi dua jenis yaitu *Cooling Degree-Day* dan *Heating Degree-Day*.

2.4.2 *Cooling Degree-Day*

A *cooling degree-day* adalah ukuran bagaimana hangat hari itu. Ini memberikan informasi mengenai jumlah derajat bahwa suhu rata-rata yang diamati $X(t)$ berada diatas batas X_{ref} ,

$$(X(t) - X_{ref})^+, \quad (2.2)$$

dimana $X(t) < X_{ref}$, mengimplikasikan bahwa sedikit bahan bakar atau listrik yang dikonsumsi untuk pendingin

ruangan karena suhu cukup sejuk. Jika $X(t) > X_{ref}$ maka diasumsikan pendingin akan digunakan.

2.4.3 Heating Degree-Day

A *heating degree-day* adalah ukuran bagaimana dinginnya hari itu, dengan kata lain menyediakan informasi tentang derajat rata-rata suhu yang diamati, di hari t , dibawah batas X_{ref} ,

$$(X_{ref} - X(t))^+, \quad (2.3)$$

dimana $X(t) > X_{ref}$, mengimplikasikan bahwa sedikit bahan bakar atau listrik yang dikonsumsi untuk penghangat ruangan karena suhu cukup hangat. Jika $X(t) < X_{ref}$ maka diasumsikan penghangat akan digunakan. Kuantitas (2.3) diakumulasikan selama periode waktu T , dan dikenal sebagai *heating degree-day index*. Dapat didefinisasikan sebagai:

$$I_H(t) = \sum_{i=0}^{j(t)} (X_{ref} - X(t_i))^+. \quad (2.4)$$

dimana t_i adalah hari observasi dan $j(t)$ adalah bilangan bulat terbesar sehingga $t_{j(t)} < t$. Berikut adalah Persamaan Diferensial Parsial *European HDD Option*[7] :

$$\frac{\partial V}{\partial t} - (X_{ref} - X)^+ \frac{\partial V}{\partial I} = \frac{1}{2} \sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \gamma(X, t) \frac{\partial V}{\partial X} - rV. \quad (2.5)$$

V	= Nilai Opsi.
I	= Indeks Suhu.
X	= Suhu.
t	= Waktu.
r	= Suku Bunga Bebas Risiko.
σ_X	= Volatilitas pada Suhu.
$(X_{ref} - X)^+$	= <i>Heating Degree</i> .
X_{ref}	= Suhu Referensi
$\gamma(X, t)$	= $\mu_X(1 - \rho) + \rho r$.
μ_X	= Drift pada Suhu.

Kondisi batas dan akhir *European HDD Option* sebagai berikut:

1. Kondisi batas untuk *put option*:

$$V(X, I, T) = (K - I)^+. \quad (2.6)$$

T = Waktu Kadaluarsa.

K = *Strike Level*.

2.5 Metode Beda Hingga

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan diferensial yang memuat satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap lebih dari satu peubah bebas. Salah satu cara untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial secara numerik adalah dengan menggunakan metode beda hingga. Metode ini menggunakan pendekatan ekspansi Taylor di titik acuan (x).

Apabila suatu fungsi $f(x)$ didiferensialkan dalam interval $[x_0 - h, x_0 + h]$ dengan nilai h cukup kecil, maka hal ini dapat diuraikan dalam bentuk deret Taylor pada titik $(x_0 + h)$ dapat dinyatakan sebagai berikut [8]:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}h^{n-1} + O(h^n), \quad (2.7)$$

sedangkan pada titik $(x_0 - h)$ diperoleh bentuk deret Taylor sebagai berikut:

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - f'(x_0)h - \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 - \dots - \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}h^{n-1} - O(h^n). \quad (2.8)$$

Pendekatan untuk turunan pertama dilakukan dengan memotong suku-suku berorde lebih dari satu. Hal ini disebabkan untuk h yang cukup kecil, h^2 jauh lebih kecil sehingga dapat diabaikan. Pendekatan turunan pertama dari persamaan (2.7) dan persamaan (2.8) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x_0 + h) &= f(x_0) + f'(x_0)h + O(h^2) \\ f'(x_0) &= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - O(h) \\ f'(x_0) &\approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

persamaan (2.9) dikenal sebagai pendekatan beda maju (*forward difference*), sedangkan persamaan (2.10) di bawah ini dikenal sebagai pendekatan beda mundur (*backward difference*) yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x_0 - h) &= f(x_0) - f'(x_0)h - O(h^2) \\ f'(x_0) &= \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} - O(h) \\ f'(x_0) &\approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

dengan menjumlahkan persamaan (2.9) dan persamaan (2.10) diperoleh pendekatan turunan pertama yang lain yaitu

pendekatan beda pusat atau beda tengah (*center difference*) pada persamaan (2.11) berikut:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}. \quad (2.11)$$

Turunan kedua ditinjau dari deret Taylor hingga suku berorde dua, sehingga pemotongan dilakukan mulai suku-suku berorde tiga,

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + O(h^3) \quad (2.12)$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 - O(h^3), \quad (2.13)$$

dengan menjumlahkan persamaan (2.12) dan persamaan (2.13) diperoleh pendekatan turunan kedua pada persamaan (2.14) berikut:

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}. \quad (2.14)$$

Nilai pendekatan untuk turunan ketiga, keempat dan seterusnya dapat dilakukan dengan cara yang sama.

Apabila sumbu x dibagi menjadi beberapa bagian interval Δx yang panjangnya sama, maka absis titik i dapat ditulis dalam bentuk $x_i = i(\Delta x)$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots$ sehingga pendekatan turunan pertama dan kedua di titik i menjadi [9]:

1. Pendekatan beda maju

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{(\Delta x)}. \quad (2.15)$$

2. Pendekatan beda mundur

$$f'(x_i) \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{(\Delta x)}. \quad (2.16)$$

3. Pendekatan beda pusat

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2(\Delta x)}. \quad (2.17)$$

4. Pendekatan turunan kedua

$$f''(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2}. \quad (2.18)$$

Berikut metode beda hingga yang sering digunakan :

1. Metode Eksplisit

2. Metode Implisit

Metode Eksplisit dan Implisit saling terkait namun terdapat perbedaan dalam stabilitas dan akurasi. Metode beda hingga Implisit adalah metode yang digunakan sebagai metode diskritisasi dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

2.6 *Semi Lagrangian Scheme (SLS)*

Semi Lagrangian Scheme (SLS) adalah metode numerik yang banyak digunakan dalam model numerik prediksi cuaca untuk integrasi persamaan yang mengatur gerak atmosfer. Berikut adalah aplikasi *Semi Lagrangian Scheme (SLS)* pada adveksi linier satu dimensi dengan variabel koefisien $g(x, \tau)$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} - g(x, \tau) \frac{\partial U}{\partial x} = 0. \quad (2.19)$$

dengan kondisi batas $U(x_{min}, \tau) = 0$. Persamaan (2.19) dirubah dalam bentuk operator Lagrangian, sebagai berikut

$$\frac{DU}{D\tau} = 0, \quad (2.20)$$

dimana

$$\frac{\partial x}{\partial \tau} = -g(x, \tau). \quad (2.21)$$

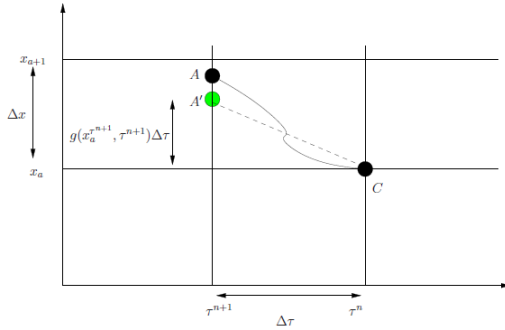
Persamaan (2.21) adalah titik awal dari τ^n ke τ^{n+1} . Untuk menemukan titik selanjutnya dengan garis karakteristik (x_a^{n+1}, τ_{n+1}) . Diskritisasi persamaan (2.21)

$$\frac{x_a^{n+1} - x_d^n}{\Delta \tau} = -g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}), \quad (2.22)$$

maka x_n^d menjadi

$$x_d^n = x_a^{n+1} + g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}) \Delta \tau, \quad (2.23)$$

dimana x_d^n adalah titik awal dan x_a^{n+1} adalah titik akhir.



Gambar 2.1: Skema Interpolasi Persamaan Adveksi 1

Pada persamaan (2.28) diketahui bahwa $g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}) > 0$ dan titik awal terletak diantara 2 grid seperti pada gambar 2.1

$$x_a < x_d^n < x_{a+1}. \quad (2.24)$$

Dapat ditentukan perkiraan U pada x_d^n , yang ditunjukkan oleh U_d^n dengan interpolasi linear sebagai berikut

$$U_d^n = U_a^n + \left[\frac{x_d^n - x_a}{\Delta x} \right] (U_{a+1}^n - U_a^n) \quad (2.25)$$

substitusi persamaan (2.28) ke persamaan (2.30)

$$U_d^n = U_a^n + \left[\frac{x_a^{n+1} + g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau - x_a}{\Delta x} \right] (U_{a+1}^n - U_a^n) \quad (2.26)$$

Persamaan (2.31) disederhanakan menjadi

$$U_d^n = (1 - \alpha)U_a^n + \alpha U_{a+1} \quad (2.27)$$

dimana

$$\alpha = \frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau}{\Delta x} \quad (2.28)$$

Pada gambar dapat dilihat bahwa titik awal terletak diantara x_a dan x_{a+1} , dengan kata lain

$$\begin{aligned} x_a &< x_d^n < x_{a+1} \\ 0 &< g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}) < \Delta\tau \\ 0 &< \alpha < 1 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Pada saat x_d^n tidak lagi berada diantara x_a dan x_{a+1} (pada gambar 2.2), terjadi perubahan skema yang berarti perpindahan titik menjadi luas atau mengimplikasikan perpindahan menjadi lebih cepat dan *time-step* menjadi luas, dengan kata lain

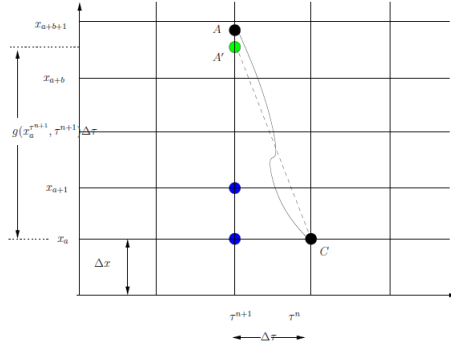
$$g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}) > \Delta x, \quad (2.30)$$

maka lokasi titik awal tidak lagi memenuhi persamaan (2.29) dan $\alpha > 1$. Agar kondisi pada persamaan (2.34) sesuai, maka dispefifikasikan ketidaksetaraan umum sebagai berikut

$$x_{a+b} < x_d^n < x_{a+b+1}, \quad (2.31)$$

dimana $b \geq 0$. Nilai dari b bergantung kepada $g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})$, Δx dan $\Delta\tau$, diberikan b sebagai berikut

$$b = \left\lceil \frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau}{\Delta x} \right\rceil, \quad (2.32)$$



Gambar 2.2: Skema Interpolasi Persamaan Adveksi 2

Selanjutnya, dari kondisi yang dibahas oleh Courant, Friedrichs dan Lewy diberikan nilai sebagai berikut[7]

$$C = \frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}) + \Delta\tau}{\Delta x} - b. \quad (2.33)$$

Ditentukan U_d^n dengan interpolasi linear sebagai berikut

$$\begin{aligned} U_d^n &= U_{a+b}^n + \left[\frac{x_d^n - x_a}{\Delta x} \right] (U_{a+b+1}^n - U_{a+b}^n), \\ &= U_{a+b}^n + \left[\frac{i_a^{n+1} + g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1}) - x_a - b\Delta x}{\Delta x} \right] (U_{a+b+1}^n - U_{a+b}^n), \\ &= (1 + b - \frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau}{\Delta x}) U_{a+b}^n + (\frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau}{\Delta x} - b) U_{a+b+1}^n \end{aligned} \quad (2.34)$$

substitusi persamaan (2.33) ke persamaan (2.39), didapat

$$U_d^n = (1 + b - a) U_{a+b}^n + (a - b) U_{a+b+1}^n \quad (2.35)$$

dimana

$$\hat{\alpha} = \alpha - b \quad (2.36)$$

Substitusi persamaan (2.41) ke persamaan (2.40) didapat

$$U_d^n = (1 - \hat{\alpha}) U_{a+b}^n + \hat{\alpha} U_{a+b+1}^n \quad (2.37)$$

dimana $\hat{\alpha}$ didefinisikan sebagai

$$\hat{\alpha} = \frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau}{\Delta x} - \left[\frac{g(x_a^{n+1}, \tau_{n+1})\Delta\tau}{\Delta x} \right]. \quad (2.38)$$

2.7 Korelasi

Korelasi adalah ukuran seberapa dekat hubungan dari suatu variabel ke variabel lain. Jika terjadi hubungan antar variabel maka perubahan yang terjadi pada satu variabel akan menyebabkan terjadinya perubahan pada variabel yang lainnya. Kekuatan hubungan antara 2 Variabel biasanya disebut dengan Koefisien Korelasi dan dilambangkan dengan simbol " ρ ". Nilai Koefisien ρ akan selalu berada di antara -1 sampai +1. Berikut jenis hubungan korelasi [12] :

1. Korelasi Positif

Perubahan salah satu nilai variabel diikuti perubahan nilai variabel yang lainnya secara teratur dengan arah yang sama. Jika Nilai variabel X mengalami kenaikan, maka variabel Y akan ikut naik. Jika nilai variabel X mengalami penurunan, maka variabel Y akan ikut turun. Apabila nilai koefisien korelasi mendekati +1 (positif satu) berarti pasangan data variabel X dan variabel Y memiliki korelasi linear positif yang kuat/erat.

2. Korelasi Negatif

Perubahan salah satu nilai variabel diikuti perubahan nilai variabel yang lainnya secara teratur dengan arah yang berlawanan. Jika nilai variabel X mengalami kenaikan, maka variabel Y akan turun. Jika nilai variabel X mengalami penurunan, maka nilai variabel Y akan naik. Apabila nilai koefisien korelasi mendekati -1 (negatif satu) maka hal ini menunjukkan pasangan data

variabel X dan variabel Y memiliki korelasi linear negatif yang kuat/erat.

3. Korelasi Sempurna

Korelasi sempurna adalah jenis korelasi di mana kenaikan atau penurunan variabel X berbanding dengan kenaikan atau penurunan variabel Y. Apabila nilai koefisien korelasi bernilai $+1$ atau 1 maka variabelnya menunjukkan korelasi sempurna positif atau negatif.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan teori pendukung mengenai Saham, *option*, *Weather options*, persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option*, metode beda hingga dan *Semi Lagrangian Scheme*(SLS).

2. Analisis Permasalahan

Dalam tahapan ini dilakukan analisis masalah yaitu mencari nilai *European Heating Degree-Day (HDD) option* menggunakan pendekatan beda hingga, dengan tahap sebagai berikut :

- (a) Pembentukan Persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option*. Persamaan diferensial akan dibentuk dengan langkah awal yaitu penyusunan portofolio pada waktu t dengan konsep *self-financing portfolio*.
- (b) Persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option* yang sudah terbentuk pada waktu awal (t) akan ditransformasi menjadi waktu berlangsungnya kontrak (τ) emudian diubah ke dalam pendekatan beda hingga. Pada tahap

ini persamaan diferensial yang telah terbentuk dicari penyelesaian numerik dengan menggunakan metode beda hingga implisit.

- (c) Pendiskritan persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option* dengan memisalkan sisi kiri persamaan menjadi operator diferensial \mathcal{L} dan sisi kanan persamaan didiskritkan menggunakan pendekatan pusat untuk turunan kedua terhadap X dan pendekatan beda pusat untuk turunan pertama terhadap X kedalam bentuk diskrit beda hingga implisit. Sehingga terbentuk matriks dari sistem persamaan linier tersebut.
- (d) Membentuk matriks penyelesaian pada metode beda hingga eksplisit kedalam nilai konstanta a, b dan c .

3. Simulasi dengan Menggunakan *Software* MATLAB

Tahapan ini dilakukan untuk mengetahui simulasi dari hasil yang telah didapat dengan menggunakan metode beda hingga. Adapun *software* yang digunakan untuk simulasi adalah MATLAB. Setelah itu dilakukan hasil simulasi tersebut.

4. Penarikan Kesimpulan

Dalam tahapan akhir ini dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil analisis juga pembahasan yang kemudian dapat ditarik suatu kesimpulan dan saran sebagai masukan untuk pengembangan penelitian lebih lanjut.

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas langkah-langkah untuk menghitung nilai *European Heating Degree-Day (HDD) option* dengan menggunakan pendekatan numerik. Pembahasan meliputi pembentukan persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option*, penyelesaian persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option* kedalam metode beda hingga implisit, diskritisasi model persamaan, serta hasil perhitungan numerik persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day (HDD) option*.

4.1 Pembentukan persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day Option*

Pada tahap ini dibahas bagaimana pembentukan persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day Option* pada saat waktu awal kontrak(t) kemudian ditransformasikan menjadi waktu berlangsungnya kontrak(τ). Misalkan $V(X_t, I, t)$ adalah nilai klaim kontingen cuaca yang variabel utamanya adalah suhu harian pada waktu $t(X_t)$, *degree-day index*(I) dan waktu(t), kemudian r diasumsikan suku bunga bebas risiko. Karena suhu tidak diperdagangkan maka diperkenalkan variabel H dimana H adalah suatu aset/komoditas yang diperdagangkan (tidak berkorelasi sempurna dengan suhu) dan mengikuti analogi aset dalam *Geometric Brownian Motion*[5]. Berikut persamaan diferensial stokastik mengikuti *geometric Brownian motion*

$$dH_t = \mu_H H_t dt + \sigma_H H_t dZ_1, \quad (4.1)$$

$$dX_t = d\theta(t) + k[\theta(t) - X_t]dt + \sigma_x(t)dW_t, \quad (4.2)$$

$$dI_t = f(X_t, t)dt, \quad (4.3)$$

$$dM_t = rM_tdt, \quad (4.4)$$

dimana pada persamaan (4.1), μ_H adalah drift dan σ_H adalah volatilitas, yang keduanya berkorelasi dengan H dan diasumsikan konstan. Proses suhu yang terdapat pada persamaan (4.2), drift menuju *long-run seasonality mean* $\theta(t)$ dengan *mean-reversion speed* (k). Selanjutnya $d\theta(t)$ untuk memastikan bahwa nilai *long-run average* dari suhu menuju ke $\theta(t)$ dan variabel $\sigma_x(t)$ adalah variabilitas dari suhu. Pada persamaan (4.3) $f(X_t, t)$ mempresentasikan *Heating Degree-Day*(HDD) sebagai berikut

$$f(X_t, t) = (X_{ref} - X_t)^+ \quad (4.5)$$

Karena dH_t berkorelasi dengan dX_t , ditulis kembali *Brownian increment* dW_t sebagai berikut[12]

$$dW_t = \rho dZ_1 + \sqrt{1 - \rho^2}dZ_2, \quad (4.6)$$

dimana ρ berkorelasi dengan $dZ_{1,2}$ dan dW_t , kemudian Z_1 dan Z_2 adalah *Brownian motion standard*, akan tetapi Z_1 tidak berkorelasi dengan Z_2 ,

$$E(dZ_1dZ_2) = 0. \quad (4.7)$$

Diberikan *Wiener process* sebagai berikut

$$dW_t^2 = dt, \quad (4.8)$$

$$dZ_1^2 = dt, \quad (4.9)$$

$$dZ_2^2 = dt, \quad (4.10)$$

$$dZ_1dW_t = \rho dt, \quad (4.11)$$

4.1.1 Lindung Nilai Parsial

Pada tahap ini dikonstruksikan portofolio lindung nilai pada waktu $t(\Pi_t)$, dimana instrumen lindung nilai menggunakan aset/komoditas pada waktu $t(H_t)$. Portofolio dibiayai dengan menjual obligasi M_T . Diberikan nilai portofolio pada saat t sebagai berikut

$$\Pi_t = V_t - \Delta H_t - M_t, \quad (4.12)$$

sehingga pada persamaan (4.12) *self-financing* portofolio berlaku. Portofolio dikatakan *self-financing* jika tidak ada dana yang ditambahkan atau dihilangkan dari portofolio selama $0 < t < T$.dimana dimisalkan bahwa

$$M_t = V_t - \Delta H_t, \quad (4.13)$$

sementara besarnya perubahan nilai portofolio pada persamaan (4.12) adalah

$$d\Pi_t = dV_t - \Delta dH_t - dM_t. \quad (4.14)$$

Menggunakan *Ito's Lemma* terhadap fungsi $V(X, I, t)$ maka

$$\begin{aligned} dV_t &= \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial X} dX_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} dX_t^2 + \frac{\partial V}{\partial I} dI \\ &= \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (k(\theta(t) - X_t) + \theta'(t)) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2(t) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right. \\ &\quad \left. + f(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial I} \right] dt + \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} dW_t. \end{aligned} \quad (4.15)$$

dimana $\theta'(t)$ menyatakan turunan pertama θ terhadap t waktu. Substitusi persamaan (4.6) ke persamaan (4.15)

$$\begin{aligned} dV_t &= \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (k(\theta(t) - X_t) + \theta'(t)) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2(t) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right. \\ &\quad \left. + f(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial I} \right] dt + \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} (\rho dZ_1 + \sqrt{1 - \rho^2} dZ_2). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Substitusi persamaan (4.1), (4.2) dan (4.16) ke persamaan (4.14), sehigga didapat

$$\begin{aligned}
 d\Pi_t = & \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (k(\theta(t) - X_t) + \theta'(t)) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2(t) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right. \\
 & + f(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial I} - \Delta \mu_H H_t - rM \Big] dt + (\sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \rho - \Delta \sigma_H H_t) dZ_1 \\
 & + \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \sqrt{1 - \rho^2} dZ_2.
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Portofolio pada persamaan (4.17) dipengaruhi oleh dua variabel acak, yaitu dZ_1 dan dZ_2 . Untuk menyederhanakan masalah variabel acak pada persamaan (4.17) dengan mensubstitusikan Δ sehingga variabel dZ_1 dapat dihilangkan.

$$\Delta = \rho \frac{\sigma_X(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\frac{\partial V}{\partial X}}{H_t}. \tag{4.18}$$

Substitusi persamaan (4.13) dan nilai untuk Δ ke persamaan (4.17), langkah pertama mensubstitusikan Δ yang berkorelasi μ_H

$$\begin{aligned}
 -\Delta \mu_H H_t - rM &= -\rho \frac{\sigma_x(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\frac{\partial V}{\partial X}}{H_t} \mu_H H_t - rV + r\rho \frac{\sigma_x(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\frac{\partial V}{\partial X}}{H_t} H_t \\
 &= -\rho \frac{\sigma_x(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\partial V}{\partial X} \mu_H - rV + r\rho \frac{\sigma_x(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\partial V}{\partial X} \\
 &= -\rho \frac{\sigma_x(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\partial V}{\partial X} (\mu_H - r) - rV
 \end{aligned}$$

langkah berikutnya mensubstitusikan Δ yang berkorelasi $\sigma_X(t)$

$$\begin{aligned}
 \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \rho - \Delta \sigma_H H_t &= \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \rho - \rho \frac{\sigma_x(t)}{\sigma_H} \cdot \frac{\frac{\partial V}{\partial X}}{H_t} \sigma_H H_t \\
 &= \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \rho - \rho \sigma_x(t) \cdot \frac{\partial V}{\partial X} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

maka diperoleh

$$d\Pi_t = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \gamma(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2(t) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial I} - rV \right] dt + \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \sqrt{1 - \rho^2} dZ_2, \quad (4.19)$$

Portofolio lindung nilai pada persamaan (4.19) hanya beberapa yang turunannya sudah lindung nilai karena portofolio masih terdapat variabel acak. Portofolio menjadi deterministik hanya jika ada instrumen berkorelasi sempurna yaitu $|\rho| = 1$.

$$\begin{aligned} \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \sqrt{1 - \rho^2} dZ_2 &= \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \sqrt{1 - (1)^2} dZ_2 \\ &= \sigma_X(t) \frac{\partial V}{\partial X} \sqrt{0} dZ_2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

maka bila persamaan instrumen berkorelasi sempurna persamaan (4.19) menjadi

$$d\Pi_t = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \gamma(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2(t) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial I} - rV \right] dt. \quad (4.20)$$

dengan

$$\gamma(X_t, t) = k(\theta(t) - X_t) + \theta'(t) - \frac{(\mu_X - r)}{\sigma_X} \rho \sigma_X(t). \quad (4.21)$$

Pada persamaan (4.21), *mean* (μ) dan standar deviasi (σ) dari suhu serta aset yang berkorelasi positif. Dimisalkan drift *mean-reversion* suhu sebagai *mean*

$$\mu_X = k(\theta(t) - X_t) + \theta'(t)$$

diasumsikan μ_X konstan, substitusikan ke persamaan (4.21)

$$\gamma(X_t, t) = \mu_X - \frac{(\mu_X - r)}{\mu_X} \rho \mu_X$$

$$\gamma(X_t, t) = \mu_X - \mu_X \rho + r \rho$$

maka didapat

$$\gamma(X_t, t) = \mu_X(1 - \rho) + \rho r. \quad (4.22)$$

Dengan definisi pada persamaan (4.22) masalah dapat disederhanakan dan tidak perlu menentukan μ_x . Seperti yang terjadi pada persamaan *Black-Scholes*, dimana $\rho = 1$ maka $\gamma = r$, karena aset harus tumbuh dengan bunga bebas risiko. Kesulitan hanya muncul ketika $|\rho| \neq 1$ dan $\mu_H \neq \mu_X$. Saat instrumen tidak berkorelasi, bisa disebut $\rho = 0$, nilai lindung menjadi tidak efektif dan γ kembali menjadi μ_X . Kemudian untuk instrumen yang berkorelasi tidak sempurna dengan $\rho = 0.5$, portofolio nilai lindung ini harus menghapus 50% premi kerugian, maka dari itu $\gamma = (\mu_X + r)/2$. Oleh sebab itu, untuk $|\rho| \neq 1$ kemungkinan rugi masih tetap ada.

4.1.2 Meminimalkan risiko di pasar yang tidak lengkap

Di dalam tahap ini, digunakan konsep portofolio *self-financing* yang diperkenalkan oleh Follmer dan Sondermann [13]. Diasumsikan bahwa (Portofolio) Π_t memiliki nilai ekspektasi nol

$$E[d\Pi_t] = 0. \quad (4.23)$$

Persamaan (4.20) menjadi

$$E[d\Pi_t] = E\left[\frac{\partial V}{\partial t} + \gamma(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2(t) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, t) \frac{\partial V}{\partial I} - rV\right] dt$$

menggunakan sifat nilai ekspektasi, menjadi

$$\begin{aligned}
E[d\Pi_t] &= E\left[\frac{\partial V}{\partial t}\right]dt + E\left[\gamma(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial X}\right]dt + E\left[\frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}\right]dt \\
&\quad + E\left[f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I}\right]dt - E[rV]dt \\
E[d\Pi_t] &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial V}{\partial t} f\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)dt + \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial X} f\left[\gamma(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial X}\right]dt \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} f\left[\frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}\right]dt \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I} f\left[f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I}\right]dt - \int_{-\infty}^{\infty} rV f(rV)dt \\
E[d\Pi_t] &= \frac{\partial V}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)dt + \gamma(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial X} \int_{-\infty}^{\infty} f\left[\gamma(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial X}\right]dt \\
&\quad + \frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}\right]dt \\
&\quad + f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I} \int_{-\infty}^{\infty} f\left[f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I}\right]dt - rV \int_{-\infty}^{\infty} f(rV)dt
\end{aligned}$$

menggunakan sifat *Probability Density Function* (PDF) yaitu

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

maka didapat

$$\begin{aligned}
E[d\Pi_t] &= \frac{\partial V}{\partial t} + \gamma(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I} \\
&\quad - rV
\end{aligned} \tag{4.24}$$

kemudian substitusi persamaan (4.24) ke persamaan (4.23)

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial V}{\partial t} + \gamma\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\sigma_X^2(t)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, t)\frac{\partial V}{\partial I} \\
&- rV = 0.
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Untuk persamaan diferensial parsial *European HDD Option*, dimana *underlying* adalah indeks HDD yang didefinisikan sebagai

$$f(X_t, t) = (X_{ref} - X_t)^+.$$

Persamaan diferensial parsial *European HDD Option* (4.25) akan ditransformasi menjadi $\tau = T - t$, dimana τ adalah waktu belangsungnya kontrak, t adalah waktu awal kontrak dan T adalah *Expiry date*, dimisalkan

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial \tau}$$

sehingga persamaan (4.25) ditulis kembali menjadi

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \gamma(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} + f(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial I} - rV &= 0 \\ \frac{1}{2}\sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \gamma(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} - rV &= \frac{\partial V}{\partial \tau} - f(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial I} \\ \frac{\partial V}{\partial \tau} - f(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial I} &= \frac{1}{2}\sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \gamma(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} - rV, \end{aligned}$$

didapatkan sistem persamaan diferensial parsial *European HDD Option* sebagai berikut

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \gamma(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial I} - rV = 0, \\ V(X, I, \tau) = (K - I)^+, \tau = T - t \end{cases} \quad (4.26)$$

4.2 Penyelesaian persamaan diferensial parsial *European Heating Degree-Day Option* dengan metode beda hingga implisit

Persamaan diferensial parsial dimisalkan *European HDD Option* merujuk dari persamaan (4.26)

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \gamma(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial I} - rV = 0$$

dimisalkan $\mathcal{L}\{V\}$ adalah derivatif Lagrangian yang diwakili oleh

$$\mathcal{L}\{V\} = \frac{1}{2}\sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \gamma(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} - rV, \quad (4.27)$$

sehingga persamaan (4.26) dapat ditulis kembali menjadi

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} - (X_{ref} - X)^+ \frac{\partial V}{\partial I} = \mathcal{L}\{V\}. \quad (4.28)$$

Akan disederhanakan menggunakan derivatif total sebagai berikut

$$\frac{DV}{D\tau} = \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{dI}{d\tau} \frac{\partial V}{\partial I}. \quad (4.29)$$

dengan

$$\frac{dI}{d\tau} = -(X_{ref} - X)^+. \quad (4.30)$$

Maka persamaan (4.28) menjadi

$$\frac{DV}{D\tau} = \mathcal{L}\{V\} \quad (4.31)$$

Misakan $V(X_i, I_j, \tau_n) = V_{i,j}^n$ dimana X_i menunjukkan pada nilai opsi, nilai I_j indeks cuaca dan τ_n waktu diskrit. Maka diberikan grid seperti berikut

$$\begin{aligned} X_i &= X_{min} + i\Delta X, i = 0, \dots, A, \\ I_j &= I_{min} + j\Delta I, j = 0, \dots, J, \\ \tau_n &= \tau_N - n\Delta\tau, n = 0, \dots, N, \end{aligned} \quad (4.32)$$

dimana A , J dan N adalah jumlah maksimum titik masing masing dimensi. Pada nilai opsi X_i digunakan notasi A karena notasi I telah digunakan untuk menunjukan indeks cuaca I_j . Jika kita menilai kontrak cuaca saat awal kontrak maka nilai indeks akan menjadi nol, karena tidak ada nilai HDD yang tercatat, oleh karena itu diambil nilai $I_{min} = 0$. Penggunaan skema semi-Lagrangian dilakukan dengan mengasumsikan

bahwa solusi diketahui pada $\tau = \tau^n$. Diskritisasi (4.31) dengan menggunakan skema implisit sebagai berikut

$$\frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,d}^n}{\Delta\tau} = (\mathcal{L}\{V\})_{i,j}^{n+1}, \quad (4.33)$$

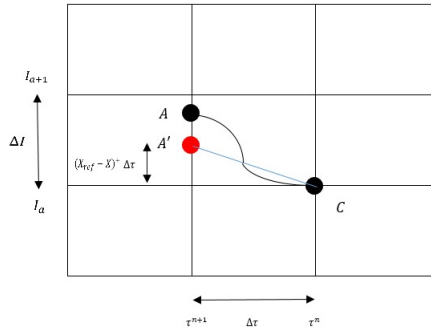
dimana $V_{i,d}^n = V(X_i, I_d, \tau_n)$ adalah nilai untuk harga opsi pada titik awal. Nilai X sepanjang lintasan adalah tetap, maka $dI/d\tau$ pada persamaan (4.30) adalah fungsi konstan. Persamaan (4.30) didiskritisasikan sebagai berikut

$$\frac{I_{i,a}^{n+1} - I_{i,d}^n}{\Delta\tau} = -(X_{ref} - X)^+ \quad (4.34)$$

maka $I_{i,d}^n$ menjadi

$$I_{i,d}^n = I_{i,a}^{n+1} + (X_{ref} - X)^+ \Delta\tau, \quad (4.35)$$

dimana $I_{i,d}^n$ adalah titik awal dan $I_{i,a}^{n+1}$ adalah titik akhir. Pada Persamaan (4.35) diketahui bahwa $(X_{ref} - X)^+ > 0$ dan titik awal terletak diantara 2 grid seperti pada gambar 4.1



Gambar 4.1: Skema Interpolasi 1

$$I_{i,a} < I_{i,d}^n < I_{i,a+1}. \quad (4.36)$$

Dapat ditentukan perkiraan V pada $I_{i,d}^n$, yang ditunjukkan oleh $V_{i,d}^n$ dengan interpolasi linear sebagai berikut

$$V_{i,d}^n = V_{i,a}^n + \left[\frac{I_{i,d}^n - I_{i,a}}{\Delta I} \right] (V_{i,a+1}^n - V_{i,a}^n) \quad (4.37)$$

substitusi persamaan (4.35) ke Persamaan (4.37)

$$V_{i,d}^n = V_{i,a}^n + \left[\frac{I_{i,a}^{n+1} + (X_{ref} - X)^+ \Delta \tau - I_{i,a}}{\Delta I} \right] (V_{i,a+1}^n - V_{i,a}^n) \quad (4.38)$$

Persamaan (4.38) disederhanakan menjadi

$$V_{i,d}^n = (1 - \alpha) V_{i,a}^n + \alpha V_{i,a+1}^n \quad (4.39)$$

dimana

$$\alpha = \frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} \quad (4.40)$$

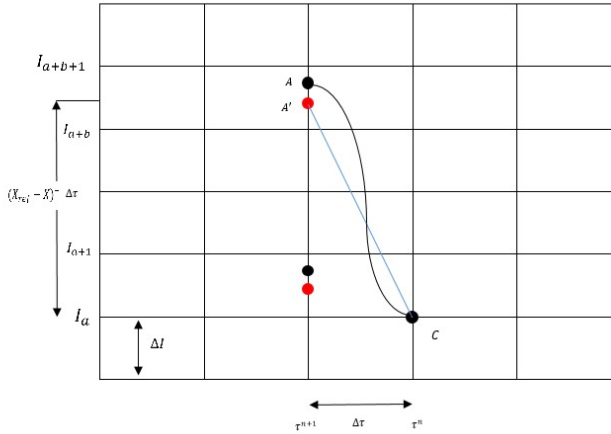
Pada gambar 4.1 dapat dilihat bahwa titik awal terletak diantara $I_{i,a}$ dan $I_{i,a+1}$, dengan kata lain

$$\begin{aligned} I_{i,a} < I_{i,d}^n < I_{i,a+1} \\ 0 < (X_{ref} - X)^+ < \Delta \tau \\ 0 < \alpha < 1 \end{aligned} \quad (4.41)$$

Pada saat $I_{i,d}^n$ tidak lagi berada diantara $I_{i,a}$ dan $I_{i,a+1}$ (pada Gambar 4.2), terjadi perubahan skema yang berarti perpindahan titik menjadi luas atau mengimplikasikan perpindahan menjadi lebih cepat dan *time-step* menjadi luas, dengan kata lain

$$(X_{ref} - X)^+ > \Delta I, \quad (4.42)$$

maka lokasi titik awal tidak lagi memenuhi persamaan (4.36) dan $\alpha > 1$. Agar kondisi pada persamaan (4.41) sesuai, maka dispesifikasikan ketidaksetaraan umum sebagai berikut



Gambar 4.2: Skema Interpolasi 2

$$I_{i,a+b} < I_{i,d}^n < I_{i,a+b+1}, \quad (4.43)$$

dimana $b \geq 0$. Nilai dari b bergantung kepada $(X_{ref} - X)^+$, ΔI dan $\Delta \tau$, diberikan b sebagai berikut

$$b = \left[\frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} \right], \quad (4.44)$$

Selanjutnya, diberikan nilai sebagai berikut [7]

$$C = \frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} - b. \quad (4.45)$$

Ditentukan V_d^n dengan interpolasi linear sebagai berikut

$$\begin{aligned}
V_{i,d}^n &= V_{i,a+b}^n + \left[\frac{I_{i,d}^n - I_{i,a}}{\Delta I} \right] (V_{i,a+b+1}^n - V_{i,a+b}^n), \\
&= V_{i,a+b}^n + \left[\frac{i_{i,a}^{n+1} + (X_{ref} - X)^+ - I_{i,a} - b\Delta I}{\Delta I} \right] (V_{i,a+b+1}^n - V_{i,a+b}^n), \\
&= (1 + b - \frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I}) V_{i,a+b}^n + (\frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} - b) V_{i,a+b+1}^n
\end{aligned} \tag{4.46}$$

$$\begin{aligned}
V_{i,d}^n &= V_{i,a+b}^n + \left[\frac{I_{i,d}^n - I_{i,a}}{\Delta I} \right] (V_{i,a+b+1}^n - V_{i,a+b}^n), \\
&= V_{i,a+b}^n + \left[\frac{i_{i,a}^{n+1} + (X_{ref} - X)^+ - I_{i,a} - b\Delta I}{\Delta I} \right] (V_{i,a+b+1}^n - V_{i,a+b}^n), \\
&= (1 + b - \frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I}) V_{i,a+b}^n + (\frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} - b) V_{i,a+b+1}^n
\end{aligned} \tag{4.46}$$

substitusi persamaan (4.40) ke persamaan (4.46), didapat

$$V_{i,d}^n = (1 + b - a)V_{i,a+b}^n + (a - b)V_{i,a+b+1}^n \quad (4.47)$$

dimana

$$\hat{\alpha} = \alpha - b \quad (4.48)$$

Substitusi persamaan (4.48) ke persamaan (4.47) didapat

$$V_{i,d}^n = (1 - \hat{\alpha})V_{i,a+b}^n + \hat{\alpha}V_{i,a+b+1}^n \quad (4.49)$$

dimana $\hat{\alpha}$ didefinisikan sebagai

$$\hat{\alpha} = \frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} - \left[\frac{(X_{ref} - X)^+ \Delta \tau}{\Delta I} \right]. \quad (4.50)$$

4.2.1 Diskritisasi model persamaan

Persamaan (4.27) diselesaikan melalui metode beda hingga implisit sebagai berikut

$$\frac{\partial V}{\partial X} = \frac{V_{i+1,j}^{n+1} - V_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta X}, \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} = \frac{V_{i+1,j}^{n+1} - 2V_{i,j}^{n+1} + V_{i-1,j}^{n+1}}{(\Delta X)^2}. \quad (4.52)$$

Persamaan (4.51) menggunakan pendekatan beda pusat dan (4.52) menggunakan pendekatan turunan kedua. Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode beda hingga implisit didapat dengan mensubstitusikan bentuk diskrit pada Persamaan (4.51) dan (4.52) ke variabel X pada Persamaan (4.38) sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,d}^n}{\Delta \tau} &= \frac{(\sigma_X^2)}{2} \left(\frac{V_{i+1,j}^{n+1} - 2V_{i,j}^{n+1} + V_{i-1,j}^{n+1}}{(\Delta X)^2} \right) \\ &\quad + \gamma(X_i, \tau^{n+1}) \left(\frac{V_{i+1,j}^{n+1} - V_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta X} \right) - rV_{i,j}^{n+1} \\ \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,d}^n}{\Delta \tau} &= \left[\frac{(\sigma_X^2)}{2(\Delta X)^2} + \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})}{2(\Delta X)} \right] V_{i+1,j}^{n+1} \\ &\quad - \left[\frac{(\sigma_X^2)}{(\Delta X)^2} + r \right] V_{i,j}^{n+1} + \left[\frac{(\sigma_X^2)}{2(\Delta X)^2} - \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})}{2(\Delta X)} \right] V_{i-1,j}^{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{i,j}^{n+1} - V_{i,d}^n &= \left[\frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} + \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})(\Delta\tau)}{2\Delta X} \right] V_{i+1,j}^{n+1} \\
&\quad - \left[\frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{(\Delta X)^2} + r \right] V_{i,j}^{n+1} + \left[\frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})(\Delta\tau)}{2\Delta X} \right] V_{i-1,j}^{n+1} \\
V_{i,d}^n &= - \left[\frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} + \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})(\Delta\tau)}{2\Delta X} \right] V_{i+1,j}^{n+1} \\
&\quad + \left[1 + \frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{(\Delta X)^2} + r \right] V_{i,j}^{n+1} - \left[\frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})(\Delta\tau)}{2\Delta X} \right] V_{i-1,j}^{n+1} \\
V_{i,d}^n &= \left[\frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})(\Delta\tau)}{2\Delta X} - \frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} \right] V_{i-1,j}^{n+1} \\
&\quad + \left[1 + \frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{(\Delta X)^2} + r \right] V_{i,j}^{n+1} - \left[\frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\gamma(X_i, \tau^{n+1})(\Delta\tau)}{2\Delta X} \right] V_{i+1,j}^{n+1}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

dikombinasikan persamaan (4.27) dan persamaan (4.53) sebagai berikut

$$V_{i,d}^n = a_i V_{i-1,j}^{n+1} + b_i V_{i,j}^{n+1} + c_i V_{i+1,j}^{n+1}, \tag{4.54}$$

dengan,

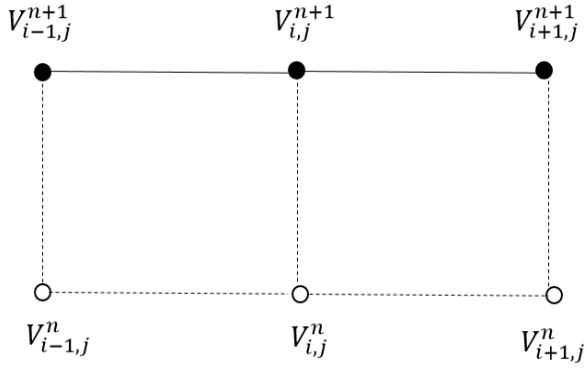
$$a_i = \frac{(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} (\Delta X \gamma - \sigma_X^2) \tag{4.55}$$

$$b_i = 1 + \frac{(\sigma_X^2)(\Delta\tau)}{(\Delta X)^2} + r \Delta\tau \tag{4.56}$$

$$c_i = - \frac{(\Delta\tau)}{2(\Delta X)^2} (\Delta X \gamma + \sigma_X^2) \tag{4.57}$$

Persamaan (4.59) menghasilkan matriks sebagai berikut

$$AV^{n+1} = D^n, \tag{4.58}$$



Gambar 4.3: Skema Beda Hingga

dengan,

$$A = \begin{bmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & . & . & . & . & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & . & . & . & . & . \\ 0 & a_2 & b_2 & c_2 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 0 & a_i & b_i & c_i & 0 & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & a_{imax} & b_{imax} \end{bmatrix}$$

,

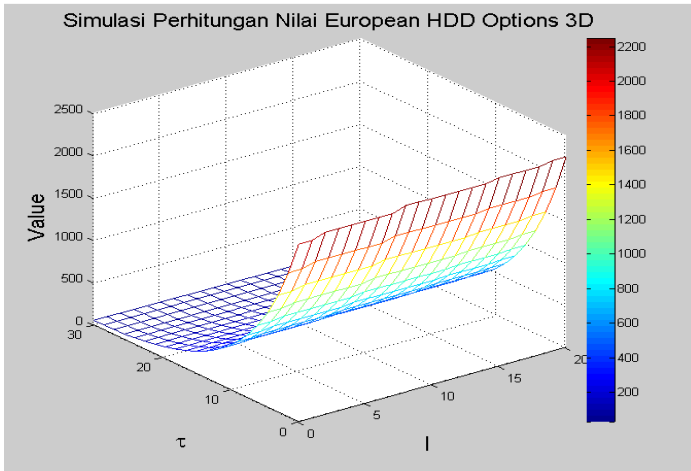
dan

$$D^n = \begin{bmatrix} d_{0,j}^n \\ d_{1,j}^n \\ . \\ . \\ . \\ d_{imax-1,j}^n \\ d_{imax,j}^n \end{bmatrix}$$

.

4.3 Hasil perhitungan numerik Persamaan diferensial *European Heating Degree days option*

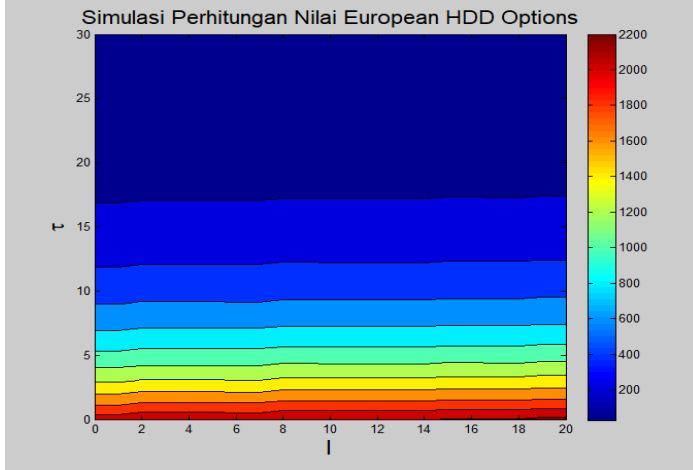
Hasil perhitungan numerik Persamaan diferensial *European Heating Degree days option* terlihat pada Gambar 4.4 dan Gambar 4.5. Gambar diatas didapat dengan mengambil parameter pada penelitian Edwin Kwaku diberikan *Strike Level* (K) = 50, tingkat suku bunga (r) = 0.05, volatilitas (σ) = 0.4, drift suhu (μ) = 0.4, waktu kadaluarsa (τ) = 30, suhu referensi (X_{ref}) = 18°C , suhu minimal (X_{min}) = -2°C dan suhu maksimal (X_{max}) = 18°C [7].



Gambar 4.4: Nilai *European Heating Degree days option* dalam 3D saat $X_{min} = -2^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 18^{\circ}\text{C}$

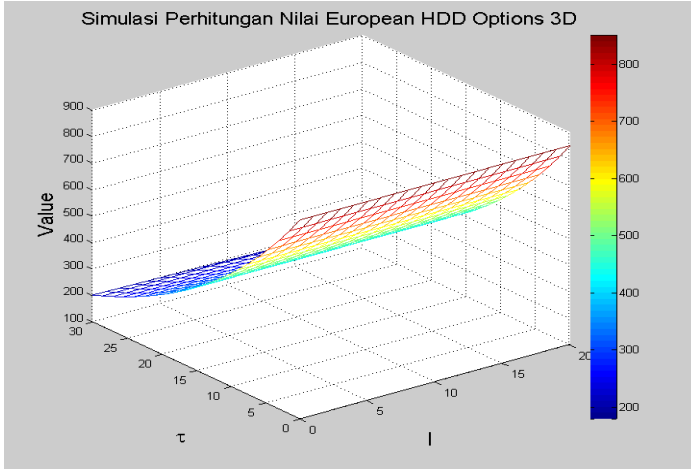
Dari hasil perhitungan nilai *European Heating Degree days option* pada Gambar 4.4 terlihat bahwa nilai *European Heating Degree days option* semakin meningkat harganya

pada saat τ (*expiry date*) mendekati nilai nol sesuai dengan syarat batas pada persamaan (4.26).



Gambar 4.5: Nilai *European Heating Degree days option* saat $X_{min} = -2^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 18^{\circ}\text{C}$

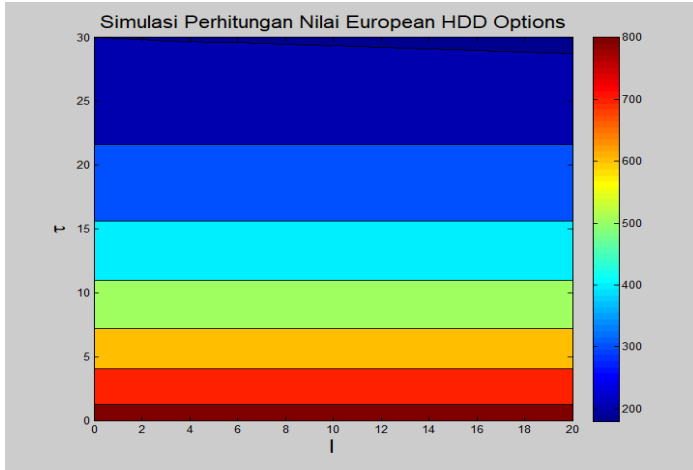
Pada Gambar 4.5 ditunjukkan hasil perhitungan nilai *European Heating Degree days option*, semakin besar nilai I (Indeks Cuaca) maka harganya cenderung naik dan hasil terbesar didapat saat $\tau = 0$ dan $I = 20$ yaitu £2200.



Gambar 4.6: Nilai *European Heating Degree days option* dalam 3D saat $X_{min} = 8^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 28^{\circ}\text{C}$

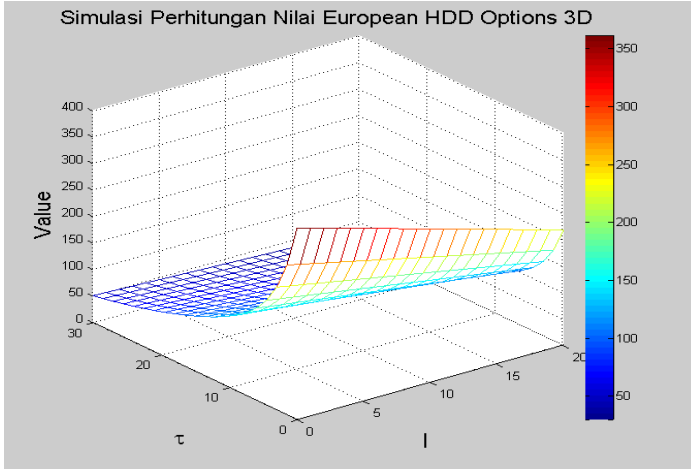
Gambar 4.6 dan Gambar 4.7 didapat dengan mengambil parameter *Strike Level* (K) = 50, tingkat suku bunga (r) = 0.05, volatilitas (σ) = 0.4, drift suhu (μ) = 0.4, waktu kadaluarsa (τ) = 30, $I_{min} = 0$ suhu referensi (X_{ref}) = 18°C , suhu minimal (X_{min}) = 8°C dan suhu maksimal (X_{max}) = 28°C .

Dari hasil perhitungan nilai *European Heating Degree days option* pada Gambar 4.8 terlihat bahwa nilai *European Heating Degree days option* semakin meningkat harganya pada saat τ (*expiry date*) mendekati nilai nol.



Gambar 4.7: Nilai *European Heating Degree days option* saat $X_{min} = 8^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 28^{\circ}\text{C}$

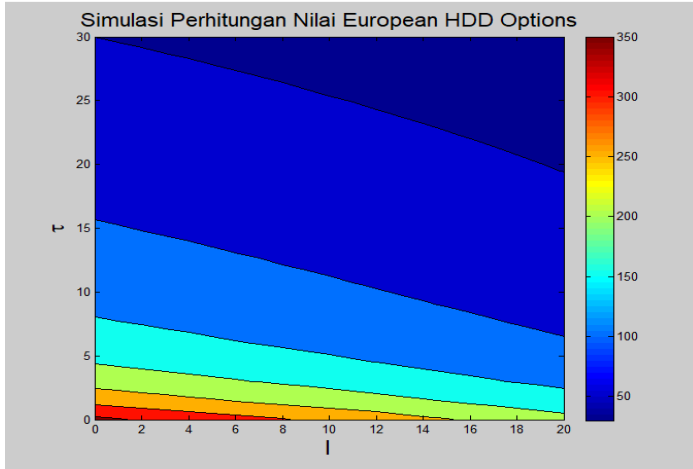
Pada Gambar 4.7 ditunjukkan hasil perhitungan nilai *European Heating Degree days option*, semakin besar nilai I (Indeks Cuaca) maka kenaikan harganya konstan kecuali saat nilai τ diantara 30 dan 25 nilai *European Heating Degree days option* mengalami penurunan saat nilai I -nya semakin membesar dan hasil terbesar didapat saat $\tau = 0$ di setiap nilai I yaitu £800.



Gambar 4.8: Nilai *European Heating Degree days option* dalam 3D saat $X_{min} = 18^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 38^{\circ}\text{C}$

Gambar 4.8 dan Gambar 4.9 didapat dengan mengambil parameter *Strike Price* (K) = 50, tingkat suku bunga (r) = 0.05, volatilitas (σ) = 0.4, drift suhu (μ) = 0.4, waktu kadaluarsa (τ) = 30, suhu referensi (X_{ref}) = 18°C , suhu minimal (X_{min}) = 18°C dan suhu maksimal (X_{max}) = 38°C .

Dari hasil perhitungan nilai *European Heating Degree days option* pada Gambar 4.8 terlihat bahwa nilai *European Heating Degree days option* semakin meningkat harganya pada saat τ (*expiry date*) mendekati nilai nol.



Gambar 4.9: Nilai *European Heating Degree days option* saat $X_{min} = 18^{\circ}\text{C}$ dan $X_{max} = 38^{\circ}\text{C}$

Pada Gambar 4.9 ditunjukkan hasil perhitungan nilai *European Heating Degree days option*, semakin kecil nilai I (Indeks Cuaca) maka harganya cenderung naik dan hasil terbesar didapat saat $\tau = 0$ dan $I = 0$ yaitu £350. Dari Hasil pada Gambar 4.8 dan 4.9 didapatkan nilai *European Heating Degree days option* yang lebih kecil daripada Gambar 4.4-4.7.

BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, kesimpulan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sistem persamaan diferensial untuk nilai *European Heating Degree-Day Option* adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \gamma(X, \tau) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma_X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + f(X_t, \tau) \frac{\partial V}{\partial I} - rV = 0, \\ V(X, I, \tau) = (K - I)^+, \tau = T - t \end{cases}$$

2. Nilai *European Heating Degree-Day Option* didapatkan dari perhitungan secara numerik dengan metode beda hingga implisit dan *Semi Lagrangian Scheme* pada persamaan diferensial yang telah didapat. Dari hasil simulasi dapat disimpulkan jika diberikan nilai suhu yang lebih kecil dari suhu referensi maka didapatkan nilai *European Heating Degree-Day Option* yang diperoleh semakin tinggi. Jika diberikan nilai suhu maksimal yang lebih tinggi maka nilai *European Heating Degree-Day Option* yang diperoleh semakin rendah. Pada pembahasan diberikan nilai *Strike Level* (K) = 50, Suhu minimal (X_{min}) = -2°C dan Suhu maksimal (X_{max}) = 18°C dihasilkan nilai

European Heating Degree-Day Option sebesar £2200. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa disaat suhu semakin minimal(dingin) kontak derivatif cuaca *European Heating Degree-Day Option* baik digunakan untuk jenis *put option* karena menghasilkan nilai opsi yang lebih tinggi.

5.2 Saran

Saran dari tugas akhir ini belum dibahas analisa numerik untuk nilai *European Cooling Degree-Day Option*. Oleh karena itu, penulis menyarankan agar penelitian dapat dilanjutkan pada pembahasan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brockett, P.L., Wang, M., and Yang, C., (2005), **Weather derivatives and weather risk management**, Risk Management and Insurance Review, 8, p. 127-140.
- [2] Hoffmann, V.H., Sprengel, D.C., Ziegler, A., Kolb, M., and Abegg, B., (2009), **Determinants of corporate adaptation to climate change in winter tourism: an econometric analysis**, Global Environmental Change 19, p. 256264.
- [3] Weather Risk Management Association (2013), **Trading weather risk**, <http://www.wrma.org/risktrading.html>.
- [4] Hull, J. C. 2002. **Option Futures and Other Derivatives. Seventh Edition.** Prentice Hall, New Jersey.
- [5] Wilmott, P. 2001. **Paul Wilmott Introduces Quantitative Finance.** New York: John Wiley Sons.
- [6] Wikipedia, 2014. **Opsi(keuangan)**.([https://id.wikipedia.org/wiki/Opsi\(keuangan\)](https://id.wikipedia.org/wiki/Opsi(keuangan))). diakses tanggal 22 Juli 2017).
- [7] Broni-Mensah, E. K. 2012. **Numerical solution of weather derivatives and other incomplete market problems.**

- [8] Causon, D. M dan Mingham, C. G. 2010. **Introductory Finite Difference Methods for PDEs**. Manchester Metropolitan University.
- [9] Recktenwald, G. W. 2011. **Finite-Difference Approximations to the Heat Equation**. Tesis. Portland State University.
- [10] Cao, M. dan Wei, J. 2004. **Weather Derivatives Valuation and Market Price Of Weather Risk** . J. Futures Mark. 24(11)1065-1089.
- [11] Brix, A., Jewson, S. dan Ziehmann, C. 2005. **Weather Derivatives Modelling and Valuation : A Statistical Perspective**. Cambridge University Press.
- [12] Wikipedia, 2014. **Korelasi**.(<https://id.wikipedia.org/wiki/Korelasi>. diakses tanggal 26 Januari 2018).
- [13] Follmer, H. dan Sondermann, D. 1985. **Hedging of non-redundant contingent claims**. Contributions to Mathematical Economics.

LAMPIRAN A

Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai *European HDD Options* $X_{min} = -2$ dan $X_{max} = 18$

```

clc;
clear all;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tic
K = 50; % Strike (exercise price)
r = 0.05; % Risk free interest rate
sigma = 0.4; % Volatilitas
rho = 1;
mu = 0.4; % drift of temperature;
T = 30;
Gamma = mu*(1-rho)+rho*r;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Kref = 18; % Suhu Referensi/Suhu harian
Xmin = 18; % Suhu minimal
Xmax = 38; % Suhu maksimal
A = 20;
dX = (Xmax - Xmin)/A; % dX = 1
Xplot = 5; % harus diantara 1 s/d A+1

tau_N = 30; % Waktu Kadaluarsa
N = 20;
dtau = tau_N/N; % dtau = 3

Imin = 0;
Imax = 20;
J = 20;
dI = (Imax - Imin)/J; % dI = 1 , dI < dtau

```

LAMPIRAN A (LANJUTAN)

Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai
European HDD Options $X_{min} = -2$ dan $X_{max} = 18$

```
% set up grid and adjust increments if necessary
a = zeros(A+1,1);
b = zeros(A+1,1);
c = zeros(A+1,1);
for i = 1:A+1
    a(i) = 0.5*dtau/dX^2*(dX*Gamma-sigma^2);
    b(i) = 1+(sigma^2)*dtau/dX^2+r*dtau;
    c(i) = -0.5*dtau/dX^2*(dX*Gamma+sigma^2);
end

matA = diag(a(2:A+1),-1) + diag(b) + diag(c(1:A),1);

% inisialisasi matriks V(X,I,tau)
V = zeros(A+1,J+1,N+1);
% kondisi awal (tau = tau_N)
Ih = repmat(Imin:dI:Imax,A+1,1);
V(:, :, end) = max(K-Ih,0);

for n = N:-1:1
    % nilai V yang tidak selalu ada di grid
    Vd = matA*V(:, :, n+1);
    % nilai Xd yang sama dengan nilai Xa (ada di grid)
    Xd = repmat((Xmin:dX:Xmax)',1,J+1);
    % nilai Ia (ada di grid)
    Ia = repmat(Imin:dI:Imax,A+1,1);
    % nilai Id (belum tentu di grid)
    Id = Ia + max(Xref - Xd,0)*dtau;
```


LAMPIRAN A (LANJUTAN)

**Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai
European HDD Options $X_{min} = -2$ dan $X_{max} = 18$**

```
% interpolasi 2d
V(:, :, n) = griddata(Xd, Id, Vd, Xd, Ia, 'nearest');
end

% plot hasil
figure(5)
[Iplot, tauplot] = meshgrid(Imin:dI:Imax, 0:dttau:tau_N);
mesh(Iplot, tauplot, permute(V(Xplot, :, :), [3 2 1]));
ylabel('\tau', 'FontSize', 18)
xlabel('I', 'FontSize', 18)
zlabel('Value', 'FontSize', 16)
title('Simulasi Perhitungan Nilai European HDD Options 3D', 'FontSize', 16)
colorbar

figure(6)
[Iplot, tauplot] = meshgrid(Imin:dI:Imax, 0:dttau:tau_N);
contourf(Iplot, tauplot, permute(V(Xplot, :, :), [3 2 1]));
ylabel('\tau', 'FontSize', 18)
xlabel('I', 'FontSize', 18)
colorbar
title('Simulasi Perhitungan Nilai European HDD Options', 'FontSize', 16)
```


LAMPIRAN B

Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai *European HDD Options* $X_{min} = 8$ dan $X_{max} = 28$

```

clc;
clear all;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tic
K = 50; % Strike (exercise price)
r = 0.05; % Risk free interest rate
sigma = 0.4; % Volatilitas
rho = 1;
mu = 0.4; % drift of temperature;
T = 30;
Gamma = mu*(1-rho)+rho*r;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Xref = 18; % Suhu Referensi/Suhu harian
Xmin = 8; % Suhu minimal
Xmax = 28; % Suhu maksimal
A = 20;
dX = (Xmax - Xmin)/A; % dX = 1
Xplot = 5; % harus diantara 1 s/d A+1

tau_N = 30; % Waktu Kadaluarsa
N = 20;
dtau = tau_N/N; % dtau = 1.5

Imin = 0;
Imax = 20;
J = 20;
dI = (Imax - Imin)/J; % dI = 1 , dI < dtau

```

LAMPIRAN B (LANJUTAN)

Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai
European HDD Options $X_{min} = 8$ dan $X_{max} = 28$

```
% set up grid and adjust increments if necessary
a = zeros(A+1,1);
b = zeros(A+1,1);
c = zeros(A+1,1);
for i = 1:A+1
    a(i) = 0.5*dtau/dX^2*(dX*Gamma-sigma^2);
    b(i) = 1+(sigma^2)*dtau/dX^2+r*dtau;
    c(i) = -0.5*dtau/dX^2*(dX*Gamma+sigma^2);
end

matA = diag(a(2:A+1),-1) + diag(b) + diag(c(1:A),1);

% inisialisasi matriks V(X,I,tau)
V = zeros(A+1,J+1,N+1);
% kondisi awal (tau = tau_N)
Ih = repmat(Imin:dI:Imax,A+1,1);
V(:,end) = max(K-Ih,0);

for n = N:-1:1
    % nilai V yang tidak selalu ada di grid
    Vd = matA*V(:,end,n+1);
    % nilai Xd yang sama dengan nilai Xa (ada di grid)
    Xd = repmat((Xmin:dX:Xmax)',1,J+1);
    % nilai Ia (ada di grid)
    Ia = repmat(Imin:dI:Imax,A+1,1);
    % nilai Id (belum tentu di grid)
    Id = Ia + max(Xref - Xd,0)*dtau;
```

LAMPIRAN B (LANJUTAN)

**Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai
European HDD Options $X_{min} = 8$ dan $X_{max} = 28$**

```
% interpolasi 2d
V(:, :, n) = griddata(Xd, Id, Vd, Xd, Ia, 'nearest');
end

% plot hasil
figure(5)
[Iplot, tauplot] = meshgrid(Imin:dI:Imax, 0:dttau:tau_N);
mesh(Iplot, tauplot, permute(V(Xplot, :, :), [3 2 1]));
ylabel('\tau', 'FontSize', 18)
xlabel('I', 'FontSize', 18)
zlabel('Value', 'FontSize', 16)
title('Simulasi Perhitungan Nilai European HDD Options 3D', 'FontSize', 16)
colorbar

figure(6)
[Iplot, tauplot] = meshgrid(Imin:dI:Imax, 0:dttau:tau_N);
contourf(Iplot, tauplot, permute(V(Xplot, :, :), [3 2 1]));
ylabel('\tau', 'FontSize', 18)
xlabel('I', 'FontSize', 18)
colorbar
title('Simulasi Perhitungan Nilai European HDD Options', 'FontSize', 16)
```


LAMPIRAN C

Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai *European HDD Options* $X_{min} = 18$ dan $X_{max} = 38$

```
clc;
clear all;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tic
K = 50; % Strike (exercise price)
r = 0.05; % Risk free interest rate
sigma = 0.4; % Volatilitas
rho = 1;
mu = 0.4; % drift of temperature;
T = 30;
Gamma = mu*(1-rho)+rho*r;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Xref = 18; % Suhu Referensi/Suhu harian
Xmin = 18; % Suhu minimal
Xmax = 38; % Suhu maksimal
A = 20;
dX = (Xmax - Xmin)/A; % dX = 1
Xplot = 5; % harus diantara 1 s/d A+1

tau_N = 30; % Waktu Kadaluarsa
N = 20;
dtau = tau_N/N; % dtau = 3

Imin = 0;
Imax = 20;
J = 20;
dI = (Imax - Imin)/J; % dI = 1 , dI < dtau
```

LAMPIRAN C (LANJUTAN)

Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai
European HDD Options $X_{min} = 18$ dan $X_{max} = 38$

```
% set up grid and adjust increments if necessary
a = zeros(A+1,1);
b = zeros(A+1,1);
c = zeros(A+1,1);
for i = 1:A+1
    a(i) = 0.5*dtau/dX^2*(dX*Gamma-sigma^2);
    b(i) = 1+(sigma^2)*dtau/dX^2+r*dtau;
    c(i) = -0.5*dtau/dX^2*(dX*Gamma+sigma^2);
end

matA = diag(a(2:A+1),-1) + diag(b) + diag(c(1:A),1);

% inisialisasi matriks V(X,I,tau)
V = zeros(A+1,J+1,N+1);
% kondisi awal (tau = tau_N)
Ih = repmat(Imin:dI:Imax,A+1,1);
V(:,end) = max(K-Ih,0);

for n = N:-1:1
    % nilai V yang tidak selalu ada di grid
    Vd = matA*V(:,end,n+1);
    % nilai Xd yang sama dengan nilai Xa (ada di grid)
    Xd = repmat((Xmin:dX:Xmax)',1,J+1);
    % nilai Ia (ada di grid)
    Ia = repmat(Imin:dI:Imax,A+1,1);
    % nilai Id (belum tentu di grid)
    Id = Ia + max(Xref - Xd,0)*dtau;
```


LAMPIRAN C (LANJUTAN)

**Listing Program Simulasi Perhitungan Nilai
European HDD Options $X_{min} = 18$ dan $X_{max} = 38$**

```
% interpolasi 2d
V(:, :, n) = griddata(Xd, Id, Vd, Xd, Ia, 'nearest');
end

% plot hasil
figure(5)
[Iplot, tauplot] = meshgrid(Imin:dI:Imax, 0:dttau:tau_N);
mesh(Iplot, tauplot, permute(V(Xplot, :, :), [3 2 1]));
ylabel('\tau', 'FontSize', 18)
xlabel('I', 'FontSize', 18)
zlabel('Value', 'FontSize', 16)
title('Simulasi Perhitungan Nilai European HDD Options 3D', 'FontSize', 16)
colorbar

figure(6)
[Iplot, tauplot] = meshgrid(Imin:dI:Imax, 0:dttau:tau_N);
contourf(Iplot, tauplot, permute(V(Xplot, :, :), [3 2 1]));
ylabel('\tau', 'FontSize', 18)
xlabel('I', 'FontSize', 18)
colorbar
title('Simulasi Perhitungan Nilai European HDD Options', 'FontSize', 16)
```


BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Aditya Barulhadi Margono, lahir di Palmerston North, pada 10 Desember 1995. Terlahir sebagai anak pertama dari 1 bersaudara dari pasangan Gaguk Margono dan Arfah Yuzmi. Sejak usia 4 tahun, penulis telah menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Al-Amanah Jakarta (1999-2001), SD Negeri Rawamangun 07 Pagi (2001-2007), SMP Negeri 99 Jakarta (2007-2010), dan SMA Negeri 21 Jakarta (2010-2013). Kemudian pada tahun 2013, penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya melalui jalur SBMPTN dengan NRP 1213 100 077. Di Departemen Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan yang terdiri dari bidang minat Pemodelan dan Riset Operasi dan Pengolahan Data. Selama menempuh pendidikan di ITS, penulis aktif berorganisasi di Himpunan Mahasiswa Matematika ITS sebagai Head of Berau divisi Olahraga Sport and Art Department (2015-2016). Penulis juga aktif diberbagai kepanitiaan seperti Olimpiade Matematika ITS (OMITS) 2015.

Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email adityabarulhadi@gmail.com